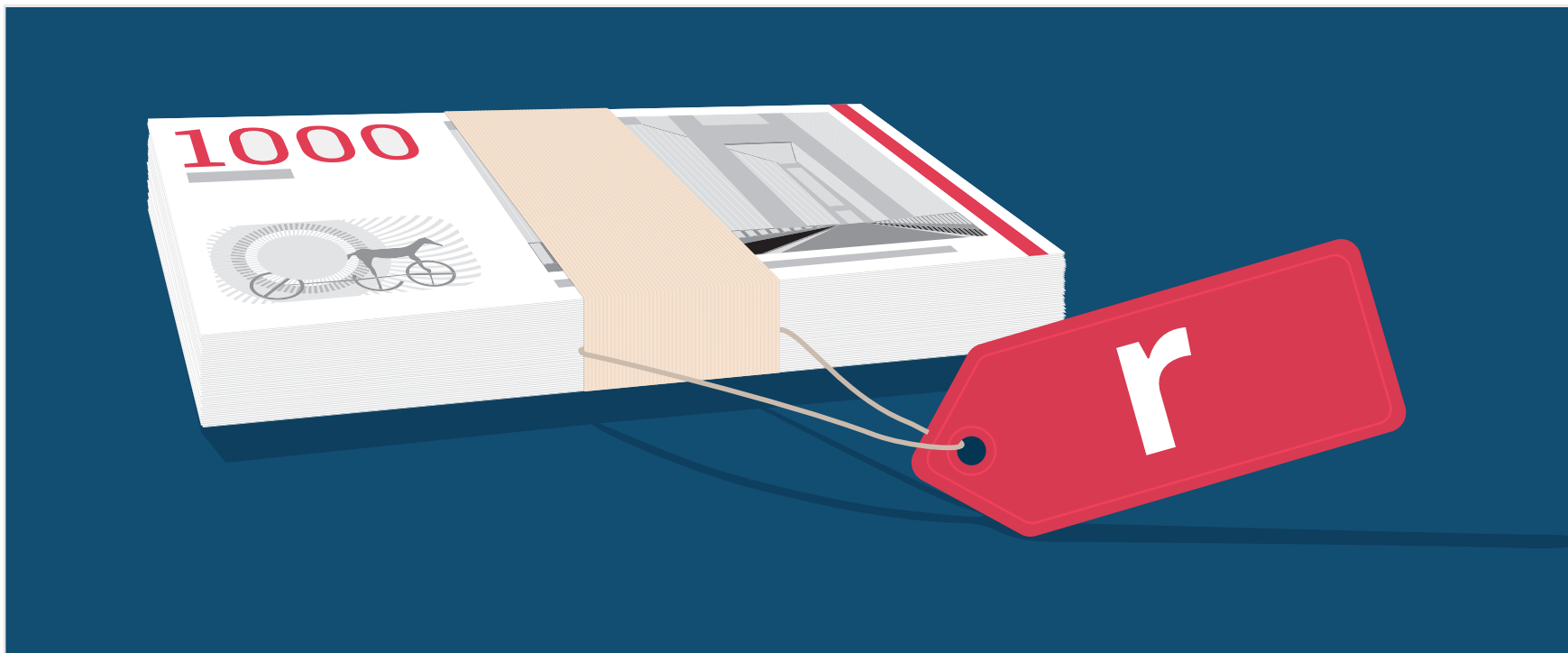


Hvad er rente?: Prisen på penge (2/3)



RESUMÉ

Denne artikel går først og fremmest i dybden med grundlaget for, hvordan renter på generel basis beregnes ved at gennemgå begreberne "vækstrate" og "fremskrivningsfaktor". Derefter vil artiklen dykke længere ned i definitioner og formler med tilhørende grafiske illustrationer og forklaringer.

Hvordan penge bliver til flere eller færre

Som vi beskrev i artiklen Hvad er penge og hvor kommer de fra? vandt penge deres udbredelse med calvinisternes fremtog efter reformationen, fordi calvinisterne, modsat af den katolske kirke og den lutherske protestantiske kirke, var positivt indstillet over for bankvirksomhed, kapitalvækst, finansiering af storindustri samt for udlån mod betaling af renter. Med denne legitimering var fundamentet for kapitalismen og det frie marked skabt, og vi er dermed kommet til anden artikel i denne serie af 3 artikler.

Denne artikel ser således nærmere på, hvad netop (kapital) vækst og renter er - altså hvordan bliver penge til færre eller flere for de forskellige aktører. Derudover ser vi nærmere på renrækkeforskellige renteberegninger, som oftest giver anledning til diskussion eller misforståelser, herunder: debitorrente, den effektiverente, pålydenderente, nominelrente og gennemsnitlige rente.

Vækstrate og fremskrivningsfaktor

For at forstå rente "funktionen", er det væsentligt at forstå de bagvedliggende mekanismer. Basalt set handler rentebegrebet om nedgang eller tilvækst mellem en begyndelsesværdi og en slutværdi; dvs. en vækstrate er den procentvise ændring, der er mellem netop begyndelsesværdien og slutværdien. En vækstrate beskriver således det samme som en procentvis stigning, et procentvis fald eller en procentvis ændring. Vi kan illustrere det ganske simpelt

ved f.eks. at have en begyndelsesværdi på 100 kr., og en slutværdi er 110 kr., hvorved vi beregner den procentvise stigning som $(\text{slutværdi} - \text{begyndelsesværdi}) / \text{begyndelsesværdi} * 100\%$ dvs.:

$$(110 \text{ kr.} - 100 \text{ kr.}) / 100 \text{ kr.} * 100\% = 10,00\% \text{ dvs. vækstrate} = 10,00\%$$

Ligeledes kunne der være tale om en begyndelsesværdi på 110 kr. og en slutværdi er 100 kr. hvorved vi beregner det procentvise fald som:

$$(100 \text{ kr.} - 110 \text{ kr.}) / 110 \text{ kr.} * 100\% = -9,09\% \text{ dvs. vækstrate} = -9,09\%$$

Vækstratebegrebet og det som kaldes fremskrivningsfaktoren er tæt forbundet, da det gælder at:

$$\text{Vækstrate} = \text{fremskrivningsfaktoren} - 1 \text{ og } \text{Fremskrivningsfaktor} = \text{vækstrate} + 1.$$

I ovenstående sammenhæng svarer vækstraten til renten (% angivet som decimaltal), og vi får således for ovenstående afsnit en procentvise stigning på 10,00%:

$$\text{Fremskrivningsfaktoren} = 0,10 + 1 \Rightarrow 1,10$$

mens vi for det procentvise fald på -9,09% får:

$$\text{Fremskrivningsfaktoren} = -0,09090 + 1 = 0,9091 \text{ (afrundet).}$$

Vi vender tilbage til dette i afsnittet om Renteformelen, hvor det vil være helt tydeligt, at denne sammenhæng er central for forståelsen af rentebegrebet.

Kapital og definitioner

Det er ledelsen, der, som led i deres ledelse, bestemmer, hvordan personalepolitikken ser ud. Dog vil der med overvejende sandsynlighed kun blive en velfungerende efterlevelse af personalepolitikken, såfremt medarbejderne føler sig hørt i et vist omfang. Det er derfor vigtigt at forstå, at personalepolitikken ikke er engangsøvelse, men derimod et dynamisk dokument som løbende bør tilpasses eller snarere udvikles, f.eks. årligt således at den hele tiden afspejler virksomheden, som den er og de omgivelser, som den opererer i.

Hvad sker der, hvis personalepolitikken ikke overholdes?

Overordnet set, og i relation til rente på penge, kan vi sige, at renten er belønningen, som du modtager ved at udskyde et forbrug, dvs. renten på din opsparing (indlån), eller den pris som du betaler for et fremskyndet forbrug, dvs. renten på et lån (udlån).

I finansieringsmæssig sammenhæng anvender vi sædvanligvis et andet udtryk for penge: nemlig kapital. Det er især vigtigt at skelne mellem begreberne startkapital og slutkapital, da disse selv sagt angiver en begyndelses- og slutværdi. Derudover arbejder vi som regel med begrebet hovedstol, hvilket er det beløb, eller den mængde kapital, som du enten låner eller opsparer, og det beløb som renten beregnes ud fra. Hovedstolen er således det oprindelige beløb, før nogen form for rente.

Renten, eller snarere rentetilskrivningen, er det beløb, som den procentvise rente udgør. Vi kalder det mere præcist en rentefod, som er den procentvise fod eller sats, som du får opgivet i en bank eller lignende. Rentefoden for et lån er f. eks. 12% p.a. Rentefod benyttes synonymt med rentesats. P.a. betyder blot pro anno (per år). Når vi benytter formler i rentesregning, er den procentvise rente "p", f.eks. lån: 12%, hvorimod renten "r" er decimalangivelsen, dvs. 12% = 0,12.

Det er således den rentetilvækst (eller renteudgift), som tillægges hovedstolen. Sagt på en anden måde er en rentetilskrivning den sekvens, hvor det beregnede rentebeløb tillægges saldoen på et lån (eller en opsparing). Rentetilskrivningssekvensen kan f.eks. være daglig, månedlig, kvartalsvis, halvårlig eller årlig. I rentesregning er rente og tid derfor knyttet tæt sammen, og vi kalder i rentesregning denne tilskrivning af renten: per termin(n). Terminen er en tidsangivelse og kan f.eks. være daglig, månedlig, kvartalsvis eller halvårlig eller årlig. Det er således helt væsentligt at forstå, at rentesats per år og termin, ikke er det samme. Du kan således have en årlig rente på f.eks. 7% p.a., men med 2, 4 eller 12 terminer, hvilket vi ser nærmere på senere.

Rentedage

Rentedage er generelt set en betegnelse, der knytter sig til fraktionen af terminer eller et år. I simpel rentesregning er 1

måned typisk = 30 dage, og derfor er 1 år = 12 måneder * 30 dage = 360 dage. MEN der findes en lang række andre kvoteringskonventioner, som dog ligger udenfor denne artikels område, men der kan f.eks. nævnes 30/365, act/360, act/365, act/act m.m. som reelt set hænger sammen med hvordan markedet for "renten" og rentestrukturen hænger sammen.

Hvis du skal angive rentedage fra en dato til en anden dato, skal antal rentedage optælles. Fra en dato i én måned til den sammedato i næste måned er der som regel 30 dage i (simpel) rentesregning, dernæst resterende dage i sidste måned. Eksempelvis, hvor mange rentedage er der fra den 25. oktober 2018 til 30. december 2018?

Fra 20/10/2018 til 20/12/2018: 2 måneder = 2 * 30 dage = 60 dage

Fra 20/12/2018 til 30/12/2018: 10 dage

Samlet: 60 + 10 = 70 rentedage

Eller i Excel ved at anvende funktionen DAYS360() jf. nedenstående:

	Datoer	Antal rentedage
Start dag --->	20-10-2018	DAYS360(K7;K8)
Slut dag --->	30-12-2018	

	Datoer	Antal rentedage
Start dag --->	20-10-2018	70
Slut dag --->	30-12-2018	

Renteformlen

Renteformlen er den helt centrale formel i forbindelse med den procentvise renteberegning. Formelen kan anvendes i forbindelse med beregning af både lån og opsparing. I denne sammenhæng betragter vi dog blot lånedelen. Inflations- og skattemæssige aspekter er udeladt. Vi definerer således renteformlen ved fremskrivning som:

$$K_n = K_0 (1 + r)^n$$

Hvor:

- > K_n er kapitalens værdi efter n antal terminer
- > K_0 er startkapitalen dvs. værdien af kapitalen på tidspunkt 0
- > r er den procentvise årlige rente (p) som decimaltal: rente(r) = rente(p) / 100
- > n er antal terminer (hvor $n = 12$ normalt sidestilles med 1 helt år)

Derudover ser vi nu, at $(1+r)$, repræsenterer fremskrivningsfaktoren som tidligere beskrevet. Lad os regne lidt med renteformelen. Vi har f.eks. en hovedstol på 10.000, som vi

ønsker at kende værdien af efter et år ved en rente på 16,0% p.a. og med månedlig, kvartalsvis, halvårlig og årlig rentetilskrivning således beregner vi:

$$\text{Månedlig: } K_n = 10000 (1 + (16/12) / 100)^{12} = 11723$$

$$\text{Kvartalsvis: } K_n = 10000 (1 + (16/4) / 100)^4 = 11699$$

$$\text{Halvårlig: } K_n = 10000 (1 + (16/2) / 100)^2 = 11664$$

$$\text{Årlig: } K_n = 10000 (1 + (16/1) / 100)^1 = 11600$$

Som det fremgår, er det væsentligt for udviklingen, eller tilvæksten, hvoroftetilskrivningen foretages. Hvis ovenstående havde været over en periode på 15 år, 20 år eller 30 år, ville forskellene være endnu mere markante (eller hvis startkapitalen havde været større).

Uden at vise omskrivningen har vi nedenfor tilbageskrivningsformelen:

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+r)^n}$$

$$\text{Månedlig: } K_0 = \frac{11723}{(1 + (16/12) / 100)^{12}} = 10000$$

$$\text{Kvartalsvis: } K_0 = \frac{11699}{(1 + (16/4) / 100)^4} = 10000$$

$$\text{Halvårlig: } K_0 = \frac{11664}{(1 + (16/2) / 100)^2} = 10000$$

$$\text{Årlig: } K_0 = \frac{11600}{(1 + (16/1) / 100)^1} = 10000$$

Vi vil ligeledes kunne finde renten hvis vi ikke kendte disse, ved omskrivning til nedenstående:

$$r = -1 + \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} \Leftrightarrow r = \left(\frac{K_n}{K_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Vi beregner derefter:

$$\text{Månedlig: } r = \left(\frac{11723}{10000}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,013$$

$$\text{Kvartalsvis: } r = \left(\frac{11699}{10000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,04$$

$$\text{Halvårlig: } r = \left(\frac{11664}{10000}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,08$$

$$\text{Årlig: } r = \left(\frac{11600}{10000}\right)^{\frac{1}{1}} - 1 = 0,16$$

Og igen kunne vi ligeledes finde terminer (n) hvis vi ikke kendte dem ved følgende omskrivning:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln(1+r)} \Leftrightarrow n = \frac{\log(K_n) - \log(K_0)}{\log(1+r)}$$

$$\text{Månedlig: } n = \frac{\log(11723) - \log(10000)}{\log(1 + (16/12) / 100)} = 12$$

$$\text{Kvartalsvis: } n = \frac{\log(11699) - \log(10000)}{\log(1 + (16/4) / 100)} = 4$$

$$\text{Halvårlig: } n = \frac{\log(11664) - \log(10000)}{\log(1 + (16/2) / 100)} = 2$$

$$\text{Årlig: } n = \frac{\log(11600) - \log(10000)}{\log(1 + (16/1) / 100)} = 1$$

Vi noterer os, at der er tale om logaritmer, hvilket du, hvis det har interesse, kan læse meget mere om på f.eks. www.webmatematik.dk. I praksis vil man i øvrigt ofte anvende renteformelen i kontinuerlig tid, dvs. at $(1+r)^n$ "erstattes" med $e^{r \cdot t}$, hvor r er tiden i år og r er rentefoden p.a. Derudover vil man ofte anvende begrebet valørdag for at fastsætte dagen hvorfra renten beregnes, men det ligger udover nærværende artikels formål, hvor vi blot skal have en fundamental forståelse af rentebegrebet.

Hvad er debitorrente og den effektive rente?

Debitorrenten er det samme som den effektive rente. Den viser et låns årlige rente inklusive renters rente og varierer alt efter, hvor ofte der er rentetilskrivning på lånet. Hvis renten f.eks. bliver tilskrevet hver måned, vil debitorrenten være højere, end hvis renten bliver tilskrevet hvert halvår. Sammenligningseksempel følger i afsnittet: "Sammenhæng eller forskellen mellem debitorrenten/den effektive rente og pålydende rente/nominal rente". Vi afslutter dette korte afsnit ved at definere den effektive rente ved formlen:

$$i = \left(1 + \left(\frac{r}{n}\right)\right)^n - 1$$

Hvad er pålydende rente og nominal rente?

Nominal rente er den "korrekte" betegnelse, som vi burde benytte, og som ofte blot benævnes renten i daglig tale.

OBS: Nominal rente og pålydende rente anvendes synonymt.

Den nominelle rente er den rentesats, der f.eks. er på både et lån eller en opsparing per år, dvs. nominal rente er den årlige procentvise rente af det beløb, som du har i indlån eller i udlån. Men den nominelle rente er IKKE korrigeret for daglig, månedlig, kvartalsvis, halvårlig eller årlig rentetilskrivning.

Rentes rente medtages med andre ord ikke, hvilket var tilfældet for debitorrenten/den effektive rente. Lad os illustrativt se nærmere på sammenhængen, eller forskellen om man vil, mellem debitorrenten/den effektive rente og pålydende rente/nominal rente.

Sammenhæng eller forskellen mellem debitor rente/den effektive rente og pålydende rente/nominal rente

En nominal rente/pålydende rente på 12% p.a. er det samme som den effektive rente, hvis der er én rentetilskrivning per år. Men er der f.eks. månedlig, kvartalsvis eller halvårige rentetilskrivninger, vil den effektive rente kunne beregnes ved formelen som anvist i afsnittet "Hvad er debitorrente og den effektive rente?" og for at illustrere dette har vi tabel 1. Vi ser således tydeligt i tabel 1, at frekvensen for rentetilskrivningerne har stor betydning for, hvilken rente der reelt betales.

Tabel 1: Debitorrente/den effektive rente og pålydende rente/nominal rente

Nominal rente / Pålydende rente	Effektiv og antal rentetilskrivninger per år			
	1	2	4	12
1,00%	1,00%	1,0025%	1,0038%	1,0046%
2,00%	2,00%	2,0100%	2,0151%	2,0148%
5,00%	5,00%	5,0625%	5,0945%	5,1162%
12,00%	12,00%	12,3600%	12,5509%	12,6825%

Hvad er gennemsnitlig rente?

Gennemsnitlig rente er i denne sammenhæng et gennemsnit af forskellige rentesatser over flere terminer, og knytter sig til fremskrivningsfaktoren. Men det er ikke et helt almindeligt gennemsnit (aritmetisk gennemsnit). Det er snarere en konstant rentefod, som ville have bevirket den samme nedgang eller tilvækst (også kaldet geometrisk gennemsnit). En gennemsnitlig rente udtrykkes ved følgende formel:

$$r = \sqrt[n]{(1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdot (\dots) \cdot (1 + r_n)} - 1$$

Hvor r_1 , r_2 og r_n og er de forskellige rentefødder. Den gennemsnitlige rente (r) som decimaltal udregnes ved at gange fremskrivningsfaktorerne sammen, tage den n 'te rod (det antal rentefødder, som du skal finde gennemsnit af af summen, og til sidst trække 1 fra).

Lad os tage et eksempel, hvor vi har fået følgende årlige procentsatser oplyst for tilvækst og nedgang over en 5-årige periode:

År	Tilvækst / Nedgang	r
1	5,3%	0,053
2	-2,5%	-0,025
3	3,0%	0,030
4	4,5%	0,045
5	-1,5%	-0,015

Vi indsætter i formelen:

$$r = \sqrt[5]{(1 + 0,053) \cdot (1 + (-0,025)) \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,045) \cdot (1 + (-0,015))} - 1$$

Derefter omregner vi til procent: 1,71% og vi har således den gennemsnitlige rente for den 5-årige periode. Vi ser således, at denne beregningsmetode ligeledes har baggrund i principperne, som vi beskrev i startafsnittet: "Vækstrate og fremskrivningsfaktor".

Vi håber, at du nu har fået en dybere forståelse for begreberne. Vi "mangler" dog et meget anvendt "rentebegreb", nemlig ÅOP (årlige omkostninger i procent), men dette har vi valgt at behandle i en særskilt artikel ved sammen navn: Hvad er ÅOP (årlige omkostninger i procent) - er det en rente?

Kilder:

- 1) <https://www.desmos.com/scientific>
- 2) <http://www.bankinfo.dk/%C3%A5op.asp>
- 3) <https://xn--voresln-jxa.dk/aaop>
- 4) www.webmatematik.dk
- 5) <https://www.youtube.com/user/Matematikcenter/videos>
- 6) <http://www.vidas.dk/matematik/finansregning.html>